Sur l'existence et l'unicité des solutions pour des équations de Drude-Born-Fedorov homogénéisées en domaine borné et applications aux métamatériaux

Pierre-Henri COCQUET [a], Pierre-Alain MAZET [a,b], Vincent MOUYSSET [a]

[a] *ONERA-Toulouse, DTIM/M2SN, 2 avenue E.-Belin, BP 4025,31055 Toulouse cedex, France*

[b] *IMT, Université Toulouse-3, 118 route de Narbonne, 31062 Toulouse cedex, France*

Reçu le ——; accepté après révision le +++++

Présenté par

Résumé

Un système de Drude-Born-Fedorov (DBF) généralisé, en présence de matériaux de type métamatériaux, en domaine borné est étudié. Le caractère bien posé de ce type d'équation ne peut être étudié via les résultats connus pour le système de DBF intervenant dans la modélisation des phénomènes électromagnétiques dans des matériaux chiraux. Un résultat d'existence et d'unicité pour ces équations de DBF généralisées est alors démontré sous des hypothèses compatibles avec certains modèles de la littérature. Des applications au cas des cristaux photoniques diélectriques chiraux homogénéisés ainsi qu'au cas des milieux fictifs absorbants ("PML") sont enfin données. *Pour citer cet article : M. Nom1, M. Nom2, C. R. Acad. Sci. Paris, Ser. I 340 (2009).*

Abstract

On well-posedness of some homogenized Drude-Born-Fedorov systems on a bounded domain and applications to metamaterials. A general Drude-Born-Fedorov (DBF) system, with materials like metamaterials, on a bounded domain is studied. The well-posedness of this kind of systems can't be investigated with usual results for the DBF system establishing electromagnetic phenomenons in chiral materials. An existence and uniqueness result for these generalized DBF systems is then shown under compatible assumptions relevant for some models from literature. At last, homogenized dielectric-chiral photonic crystals and convex Perfectly Mached Layers ("PML") are studied. *To cite this article: M. Nom1, M. Nom2, C. R. Acad. Sci. Paris, Ser. I 340 (2009).*

Email addresses: `pierre-henri.cocquet@onera.fr` (Pierre-Henri COCQUET), `mazet@cert.fr` (Pierre-Alain MAZET), `mouysset@cert.fr` (Vincent MOUYSSET).

Abridged English version

Let $\Omega \subset \mathbb{R}^3$ be a simply connected bounded domain with C^1 boundary. The outward unitary normal at $x \in \partial\Omega$ will be noted $\mathbf{n}_\Omega(x)$. We set e for the electric field, h for the magnetic field and w for the pulsation. The permitivity $[\varepsilon]$, the permeability $[\mu]$, the conductivity $[\sigma]$ and the chirality $[\beta]$ will be the tensorial parameters of the chiral media. The Drude-Born-Fedorov (DBF) system with impedance boundary condition on $\partial\Omega$ can thus be written as follows:

$$\begin{cases} Find\ u \in \mathbf{H}\ such\ that: \\ K_0(p,.)u + K_1(p,.)\mathbb{M}u = f,\ x \in \Omega, \end{cases} \quad with\ \mathbb{M} = \begin{pmatrix} 0 & -\nabla\times \\ \nabla\times & 0 \end{pmatrix}, \tag{1}$$

where $u = (e,h)^T$, $f \in L^2(\Omega)^6$, $\mathbf{H} = \{(e,h)^T \in (L^2(\Omega)^3)^2,\ (\nabla\times e, \nabla\times h)^T \in (L^2(\Omega)^3)^2\ and\ \mathbf{n}_\Omega(x)\times(e + \Lambda(x)\mathbf{n}_\Omega(x)\times h) = 0,\ H^{-\frac{1}{2}}(\partial\Omega)\}$ with $\Lambda \in Lip(\Omega, \mathcal{L}(\mathbb{C}^6))$ and $Re(\Lambda(x) + \Lambda^*(x))$ positively definite.

Operators $K_j(p,x)$, $j = 0,1$, in (3), are bounded and uniformly (with respect to x) coercive for $p = iw + \gamma$ with $\gamma > 0$. The operator $(\mathbb{M}, \mathbf{H})$ is a closed maximal dissipative operator [6] of Fredholm's type thus the problem (1)-(3) is well-posed for every $p = iw$ except for a discrete set of values of $w \in \mathbb{R}$.

However, in some examples, operators $K_j(iw+\gamma)$, $\gamma > 0$ $j = 0,1$, lose coercity for some w thus the well-posedness of (1) is, a priori, no longer issued. This kind of behavior can be linked with metamaterials [1,5] where $[\varepsilon]$ and $[\mu]$ become negative. This is the reason why we study a generalized DBF system (1) where $K_j : D \times \Omega \longrightarrow \mathcal{L}(\mathbb{C}^6)$, $j = 0,1$, with D a domain in $\mathbb{C}$, satisfies:
– $(H1)$: $K_j(p,.) \in L^\infty(\Omega)$, $j = 0,1$ and $K_1(p,x)$ is invertible $\forall (p,x) \in D \times \Omega$,
– $(H2)$: $K_j(p,x)$ is holomorphic, in $p \in D$.
Then the following result occurs :

Theorem 0.1 *Let's assume $(H3)$: There exists p_0 such that $K_0(p_0)$ and $K_1(p_0)$ are bounded and coercive. Then, under assumptions $(H1)-(H2)-(H3)$ problem (1) is well-posed with compact resolvant for every p in D except for a discrete set of values in D.*
Sketch of proof: In order to prove this result the operator $(\mathbb{T}(p) := K_0(p) + K_1(p)\mathbb{M}, \mathbf{H})$ has to be reversed for p in D. The domain of this holomorphic family of closed operators is free from p. It's a holomorphic family of type (A). A Hodge decomposition of $L^2(\Omega)^6$ (5) gives compact resolvant for $\mathbb{T}(p_0)$. Then theory of type (A) operators ([2], p.377) allows to get compact resolvant for all $p \in D$. At last, the Fredholm analytic theory ([2],p.371) achieve the proof. ■

As operators defined by (3) satisfy $(H1)-(H2)-(H3)$, thus (1)-(3) is well-posed for almost all p in D. These descriptive and phenomenological hypotheses seem to be often checked in the metamaterial's literature as stated in [7]. Indeed, from theorem 0.1, well-posedness of system (1) holds, under some regularity assumptions on coefficients K_j ($(H1)-(H2)$) and for a simply connected bounded chiral media with C^1 boundary, when the considered media behaves as a "usual" one for some pulsation (which corresponds to $(H3)$).

At last, theorem 0.1 can be applied to DBF system (1)-(3) with homogenized coefficients (8) like photonic dielectric crystals [5] or convex Perfectly Matched Layers ("PML") (9) for Maxwell's system [3].

1. Introduction

Les matériaux chiraux (la chiralité est notée $[\beta]$) peuvent être caractérisés par des relations constitutives dans lesquelles les champs électrique (noté e) et magnétique (noté h) sont couplés. Les équations de Drude-

Born-Fedorov (DBF) sont alors obtenues en reportant ces relations dans les équations de Maxwell. Les résultats de [6] ainsi que l'alternative de Fredholm entraine que le système de DBF est bien posé pour des matériaux dont les indices de permittivité (noté $[\varepsilon]$) et de perméabilité (noté $[\mu]$) sont signés positivement (ce qui implique que les opérateurs de multiplication intervenant dans DBF sont coercifs).

Cependant pour certains matériaux, comme des métamatériaux homogénéisés, les indices peuvent dépendre de la pulsation w et devenir négatifs pour certains w [7]. Ainsi, à certaines pulsations, les opérateurs de multiplication intervenant dans DBF ne sont plus coercifs et le caractère bien posé du système n'est plus garanti par les résultats précédents.

Nous allons donc dans un premier temps écrire des équations de DBF généralisées permettant la prise en compte de ces phénomènes. Un résultat d'existence et d'unicité pour ce système sera ensuite donné. Ce résultat sera enfin appliqué au cas des cristaux photoniques diélectriques chiraux homogénéisés [5] ainsi qu'au cas de conditions aux limites absorbantes ("Perfectly Matched Layer") convexes [3].

2. Etude d'équations de Drude-Born-Fedorov "généralisées"

Soit Ω un ouvert borné et simplement connexe de $\mathbb{R}^3$ de bord $\partial\Omega$ de classe C^1. La normale unitaire sortante en $x \in \partial\Omega$ sera notée $\mathbf{n}_\Omega(x)$. On considère la propagation d'ondes électromagnétiques dans des milieux chiraux modélisée par les équations de Drude-Born-Fedorov (DBF) (2)-(3) :

$$\begin{cases} Trouver\ u \in \mathbf{H}\ tel\ que : \\ K_0(p,x)u + K_1(p,x)\mathbb{M}u = f,\ \ x \in \Omega, \end{cases} \quad avec\ \mathbb{M} = \begin{pmatrix} 0 & -\nabla\times \\ \nabla\times & 0 \end{pmatrix}, \tag{2}$$

$$K_0(p,x) = \begin{pmatrix} p[\varepsilon(x)] + [\sigma(x)] & 0 \\ 0 & p[\mu(x)] \end{pmatrix}, K_1(p,x) = \mathbb{I}_6 + p \begin{pmatrix} 0 & [\beta(x)][\varepsilon(x)] \\ -[\beta(x)][\mu(x)] & 0 \end{pmatrix}, \tag{3}$$

avec $\mathbb{I}_d$ l'application identité de $\mathbb{R}^d$, $u = (e,h)^T$, $f \in L^2(\Omega)^6$, $\mathbf{H} = \{(e,h)^T \in (L^2(\Omega)^3)^2,\ (\nabla\times e, \nabla\times h)^T \in (L^2(\Omega)^3)^2\ \ et\ \ \mathbf{n}_\Omega(x) \times (e + \Lambda(x)\mathbf{n}_\Omega(x) \times h) = 0,\ \ dans\ H^{-\frac{1}{2}}(\partial\Omega)\}$ avec $\Lambda \in Lip(\Omega, \mathcal{L}(\mathbb{C}^6))$ telle que $Re(\Lambda(x) + \Lambda^*(x))$ soit définie positive.

Les matrices $[\varepsilon], [\mu], [\beta] \in L^\infty(\Omega)$ sont les paramètres du milieu chiral considéré. De plus, la permittivité $[\varepsilon]$, la perméabilité $[\mu]$ et la conductivité $[\sigma]$ sont uniformément définies positives. Ainsi $K_0(p,x)$ et $K_1(p,x)$ sont comparables à l'identité pour $p \in \mathbb{C}$ tel que $Re(p) > 0$. De plus, l'opérateur $(\mathbb{M}, \mathbf{H})$ est maximal monotone [6] et de type Fredholm donc le problème (2)-(3) est L^2 bien posé en $p = iw$ pour tout $w \in \mathbb{R}$ hormis un ensemble discret et localement fini de $\mathbb{R}$.

Cependant, dans certains exemples, les $K_j(iw+\gamma)$, avec $\gamma > 0$, ne sont plus comparables à l'identité pour certains w. Ce type de comportement apparait par exemple en présence de métamatériaux [1,5]. Nous allons donc étudier le système (2) dans un cadre plus général en supposant que les $K_j : D \times \Omega \longrightarrow \mathcal{L}(\mathbb{C}^6),\ j = 0,1$, avec D un domaine de $\mathbb{C}$, vérifient des hypothèses descriptives et phénoménologiques compatibles avec les modèles homogénéisés de la littérature :

$(H1)$ $K_j(p,.) \in L^\infty(\Omega)$, $j = 0,1$ et $K_1(p,x)$ est inversible pour tout $(p,x) \in D \times \Omega$,

$(H2)$ $K_j(.,x)$ est holomorphe sur D pour presque tout $x \in \Omega,\ j = 0,1.$

Pour résoudre le système (2), il faut inverser l'opérateur $\mathbb{T}(p) := K_0(p) + K_1(p)\mathbb{M}$ sur $\mathbf{H}$ pour tout $p \in D$. Le domaine de cette famille d'opérateurs fermés est indépendant de p et pour tout p dans D, pour tout u dans $\mathbf{H}$, la fonction $p \mapsto \mathbb{T}(p)u$ est holomorphe. Une telle famille est appelée famille holomorphe d'operateurs de type (A) ([2],p.375) et vérifie le théorème suivant :

Théorème 2.1 *([2], p.377) Soit $\mathbb{A}(p)$ une famille holomorphe d'opérateurs de type (A) pour $p \in D \subset \mathbb{C}$. Si l'ensemble résolvant de $\mathbb{A}(p)$ est non vide pour tout p dans D et s'il existe un point p_0 de D tel que la résolvante de $\mathbb{A}(p_0)$ est compacte alors la résolvante de $\mathbb{A}(p)$ est compacte pour tout p dans D.*

Le résultat principal de cette Note est alors le suivant :

Théorème 2.2 *Supposons que les opérateurs de multiplication K_j vérifient $(H1), (H2)$ et $(H3)$: "il existe $p_0 \in D$ tel que $K_j(p_0)$ est coercif pour $j = 0, 1$". Alors l'équation (2) est L^2 bien posée pour tout p appartenant à D hormis un ensemble discret, localement fini et eventuellement vide de D.*

Ce résultat assure l'existence et l'unicité avec dépendance continue de la solution du problème (2) pour des coefficients K_j avec une certaine régularité (hypothèses $(H1) - (H2)$) et pour un milieu chiral suffisamment régulier (ouvert borné simplement connexe à frontière de classe C^1) qui à certaines pulsations correspond à un milieu pour lequel le système (DBF) est bien posé via les arguments utilisés pour (2)-(3) (par $(H3)$). Le théorème 2.2 permet de plus de retrouver le caractère bien posé du système (2)-(3) car les opérateurs K_j définis par (3) vérifient $(H1) - (H2) - (H3)$.

3. Démonstration du théorème 2.2

Résoudre l'équation (2), en $p = p_0$, revient à inverser l'opérateur $(K_1(p_0))^{-1}K_0(p_0) + \mathbb{M}$ sur $\mathbf{H}$. Soit $\lambda \in \mathbb{C}$, posons $K(p_0, \lambda) = \lambda \mathbb{I}_6 + (K_1(p_0))^{-1}K_0(p_0)$. Les opérateurs $K_j(p_0)$ étant bornés, il existe $\lambda_0 \in \mathbb{C}$ tel que $K(p_0, \lambda_0)$ est coercif. Soit l'équation :

$$\begin{cases} Trouver\ u \in \mathbf{H}\ tel\ que : \\ K(p_0, \lambda_0, x)u + \mathbb{M}u = f,\ x \in \Omega. \end{cases} \tag{4}$$

Il est à noter que la famille d'opérateur $(K(p_0, \lambda) + \mathbb{M}, \mathbf{H})$ est une famille holomorphe de type (A) (en λ) pour $\lambda \in \mathbb{C}$. De plus, $K(p_0, \lambda) \in L^\infty(\Omega)$ et $(\mathbb{M}, \mathbf{H})$ est maximal monotone. Ainsi, quitte à perturber $K(p_0, \lambda) + \mathbb{M}$ par $\alpha \mathbb{I}_6$ pour $\alpha > 0$, on obtient que son ensemble résolvant est non vide pour tout $\lambda \in \mathbb{C}$.

Projetons l'équation (4) selon la décomposition de Hodge suivante :

$$L^2(\Omega)^3 = H(div0, \Omega) \oplus grad(H_0^1(\Omega)),\ avec\ H(div0, \Omega) = \{u \in L^2(\Omega)^3 / div(u) = 0\}. \tag{5}$$

On introduit alors les projections associées à cette décomposition, $P_0 : L^2(\Omega)^3 \longrightarrow H(div0, \Omega)$ et $P_\nabla : L^2(\Omega)^3 \longrightarrow (grad(H_0^1(\Omega))^2)$. En notant, pour tout $g \in L^2(\Omega)^3$, $g_0 = P_0 g$ et $g_\nabla = P_\nabla g$, l'équation (4) devient le système équivalent suivant :

$$\begin{cases} Trouver\ u = u_0 + u_\nabla \in \mathbf{H}\ tels\ que : \\ P_0 K(p_0, \lambda_0)u + \mathbb{M}u_0 = f_0, \\ P_\nabla K(p_0, \lambda_0)u = f_\nabla. \end{cases} \tag{6}$$

L'opérateur $P_\nabla K(p_0, \lambda_0) P_\nabla$ est inversible sur $(grad(H_0^1(\Omega)))^2$. En effet, soit $h \in H^{-1}(\Omega)^2$, inverser $P_\nabla K(p_0, \lambda_0) P_\nabla$ sur $(grad(H_0^1(\Omega)))^2$ revient à résoudre le problème suivant :

$$\begin{cases} Trouver\ u \in H_0^1(\Omega)^2\ tel\ que,\ pour\ tout\ v \in H_0^1(\Omega)^2 : \\ \int_\Omega K(p_0, \lambda_0) \nabla u . \overline{\nabla v} dx =< h, v >_{H^{-1}(\Omega)^2 \times H_0^1(\Omega)^2} . \end{cases} \tag{7}$$

Par le théorème de Lax-Milgram, (7) est bien posée.

En reportant le u_∇ ainsi obtenu, la résolution de l'équation (6) revient alors à inverser dans $(H(div0,\Omega))^2$ l'opérateur fermé suivant :

$$P_0K(p_0,\lambda_0)P_0 - P_0K(p_0,\lambda_0)P_\nabla(P_\nabla K(p_0,\lambda_0)P_\nabla)^{-1}P_\nabla K(p_0,\lambda_0)P_0 + \widetilde{\mathbb{M}} = B(\lambda_0) + \widetilde{\mathbb{M}},$$

avec $\widetilde{\mathbb{M}}$ l'opérateur défini par la restriction de $\mathbb{M}$ à $(H(div0,\Omega))^2$. En appliquant les résultats de [4] à $B(\lambda_0) + \widetilde{\mathbb{M}}$, il apparaît que $B(\lambda_0) + \widetilde{M}$, et donc $K(p_0,\lambda_0) + \mathbb{M}$, admet une résolvante compacte. Ainsi, par le théorème 2.1, la famille d'opérateurs de type (A) $(K(p_0,\lambda)+\mathbb{M},\mathbf{H})$ est à résolvante compacte pour $\lambda \in \mathbb{C}$. En particulier $K(p_0,0)+\mathbb{M}$, et donc $\mathbb{T}(p_0)$, a une résolvante compacte.

L'hypothèse $(H1)$ entraine que l'ensemble résolvant de $\mathbb{T}(p)$ est non vide pour tout $p \in D$. Ainsi, par le théorème 2.1, la famille d'opérateurs de type (A) $(\mathbb{T}(p),\mathbf{H})$ est à résolvante compacte pour tout $p \in D$.

Il suit, par la théorie de Fredholm analytique ([2],p.371), que la famille holomorphe d'opérateurs $(\mathbb{T}(p),\mathbf{H})$ est soit inversible pour tous $p \in D$, hormis un ensemble discret localement fini et éventuellement vide de D noté S, soit singulière pour tout $p \in D$. On lève cette alternative en remarquant que l'opérateur $\mathbb{T}(p_0)$ est bijectif sur $\mathbf{H}$ par [6]. Cela démontre que l'équation (2) est bien posée pour tout $p \in D\backslash S$.

4. Exemples d'applications

Nous terminons cette Note par deux exemples d'applications du théorème 2.2 qui peuvent être considérés comme typiques de l'étude des métamatériaux en électromagnétisme : un réseau de cristaux photoniques diélectriques chiraux homogénéisés et le métamatériau "idéal" utilisé comme condition aux limites absorbantes pour les équations de Maxwell que sont les Perfectly Mached Layers (PML).

4.1. *Application aux cristaux photoniques diélectriques-chiraux homogénéisés*

Soit un cristal photonique (noté Ω), dont les paramètres sont notés ε_c, μ_c et β_c, rempli d'un arrangement périodique de sphères chirales plongé dans le vide. D'après l'homogénéisation, le milieu est donné par [5] :

$$\begin{aligned}
&[\varepsilon(p,x)] = \mathbb{I}_3 \frac{\alpha(x) + 4(\delta-1)^2\varepsilon_c(x)\mu_c(x)p^2\beta_c(x)^2}{\rho_1(x) - 2(\delta-1)(\delta+2)\varepsilon_c(x)\mu_c(x)p^2\beta_c(x)^2},\\
&[\mu(p,x)] = \mathbb{I}_3 = \frac{\alpha(x) + 4(\delta-1)^2\varepsilon_c(x)\mu_c(x)p^2\beta_c(x)^2}{\rho_2(x) - 2(\delta-1)(\delta+2)\varepsilon_c(x)\mu_c(x)p^2\beta_c(x)^2},\\
&[\beta(p,x)] = \mathbb{I}_3 \frac{9\delta\varepsilon_c(x)\mu_c(x)\beta_c(x)}{\alpha(x) + 4(\delta-1)^2\varepsilon_c(x)\mu_c(x)p^2\beta_c(x)^2},
\end{aligned} \tag{8}$$

où $\alpha \in L^\infty(\Omega)$, $\rho_1,\rho_2 \in L^\infty(\Omega)$, $\rho_1(x),\rho_2(x) \geq 0$ pour tout x dans Ω sont des fonctions où interviennent ε_c et μ_c, et $0 < \delta < 1$ est le rapport du volume occupé par les sphères sur le volume total du cristal. Il vient :

Théorème 4.1 *Le système (2)-(8) est bien posé pour tout $p \in D\backslash S$ avec S un ensemble discret, localement fini et éventuellement vide de $D := \mathbb{C}\backslash i[-m,+m]$ avec $m =$ $max_{k=1,2}\{\sqrt{\| \frac{\rho_k\beta_c^2}{2(\delta-1)(\delta+2)\varepsilon_c\mu_c} \|_{L^\infty(\Omega)}}\}$.*

Démonstration: La positivité de $\rho_1(x)$ et de $\rho_2(x)$, pour tout $x \in \Omega$, implique que $K_0(p,x)$ et $K_1(p,x)$ données par (3)-(8) vérifient $(H1)-(H2)$. $K_j(1)$ pour $j = 0,1$ vérifient $(H3)$ et donc, par le théorème 2.2, le système (2)-(8) est bien posé pour tous $p \in D\backslash S$. ■

4.2. *Application aux "PML" convexes pour les équations de Maxwell*

Soit un domaine Θ convexe de classe C^3 avec $\Theta \subset \Omega$. Par convexité de Θ, pour tout $x \in \mathbb{R}^3 \backslash \Theta$, il existe un unique $\eta_x \in \partial\Theta$ tel que $h(x) = dist(x, \partial\Theta) = |x - \eta_x|$ et de plus $x = \eta_x + h(x)\mathbf{n}_\Theta(\eta_x)$. Soit $\sigma \in C^3(\mathbb{R}^+, \mathbb{R}^+)$ telle que $\lim_{s \longrightarrow +\infty} \sigma(s) = \lim_{s \longrightarrow +\infty} \sigma^{'}(s) = +\infty$ et $\sigma(0) = \sigma^{'}(0_+) = 0$. Une formulation complexe des "PML" convexes s'obtient alors via le changement de variable $\widetilde{x} : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{C}^3$, $x \longrightarrow \widetilde{x}(x) = x + \frac{\sigma(h(x))\mathbf{n}_\Theta(\eta_x)}{p}$ [3] qui vérifie $\widetilde{x}(x) = x, \forall x \in \Theta$.

Soit $J = \nabla\widetilde{x}$. Les équations de Maxwell avec "PML" peuvent alors être représentées par (2) avec

$$K_0(p) = \begin{pmatrix} (J^T J)^{-1} det(J) & 0 \\ 0 & (J^T J)^{-1} det(J) \end{pmatrix} \text{ et } K_1(p) = \mathbb{I}_d. \tag{9}$$

La propagation en espace libre d'ondes électromagnétiques est alors approchée sur Ω par le système (2)-(9). On démontre alors le :

Théorème 4.2 *L'équation (2)-(9) est bien posée pour tout $p \in (D \backslash S)$ avec S un ensemble discret localement fini et éventuellement vide de $D := \mathbb{C} \backslash \{0\}$.*
Démonstration: Les opérateurs de multiplication $K_0(p)$ et $K_1(p)$ définis par (9) vérifient $(H1) - (H2)$ et $K_j(1)$, $j = 0, 1$, vérifient $(H3)$. Donc, par le théorème 2.2, le système (2)-(9) est bien posée en $p \in D \backslash S$. ■

5. Conclusion

Dans cette Note nous avons obtenu un résultat d'existence et d'unicité pour un système de Drude-Born-Fedorov généralisé qui permet, en particulier, d'étudier les matériaux à indices négatifs. Des applications à certains modèles issus de la littérature (cristaux photoniques diélectriques chiraux et "PML" convexes) ont été traités. Ce résultat fournit ainsi une base théorique pour l'étude des phénomènes électromagnétiques dans des métamatériaux homogénéisés pour le système de DBF généralisé présenté ici. En effet les indices de ces matériaux devant dépendre de manière régulière de la pulsation w peuvent être négatifs pour certains w [7] et rentrent donc dans le cadre des hypothèses menant au résultat présenté ici.

Références

[1] Guenneau S., Zolla F., Homogenization of 3D finite chiral photonic crystals, ScienceDirect, Physica B 394, 145-147, 2007

[2] Kato T., Perturbation theory for linear operators, Classics in mathematics Springer, 2nd edition, 1995

[3] Lassas M., Liukkonen J., Somersalo E., Complex riemanninan metric and absorbing boundary conditions, J. Math. Pures Appl.80, 7(2001), 739768.

[4] Majda M., Coercive inequalities for nonelliptic symmetric systems, Comm. pure Appl. Math. 28, 1119-1133, 1975.

[5] Psarobas I.E., Effective-medium description of dielectric-chiral photonic crystals, Optics communications 162, 21-25, 1 april 1999.

[6] Rauch J., Symmetric positive systems with boundary characteristic of constant multiplicity, Transaction of the American Mathematical society, volume 291, number 1, september 1985.

[7] Veselago V.G., The electrodynamics of substance with simultaneously negative values of ε and μ, Soviet Physics USPEKHI, Volume 10,number 4.,1968